

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-5-1999**Opción A**

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Haciendo el cambio de variable $t = e^x$, calcula $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : [0,5] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \begin{cases} ax+bx^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ c+\sqrt{x-1} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$ es derivable en el intervalo (0,5) y verifica $f(0) = f(5)$. ¿Cuánto valen a, b y c?

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Halla el punto Q simétrico del punto $P = (2,0,1)$ respecto de la recta r que pasa por el punto $A=(0,3,2)$ y es paralela a la recta s de ecuaciones $s \equiv \begin{cases} x+2y=0 \\ z=0 \end{cases}$

(a) [1'5 puntos] Halla la recta que pasa por A y por el punto medio del segmento AB.

(b) [1 punto] Halla la recta paralela a la anterior que pasa por el punto (2, 2, 2)

Ejercicio 4.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(a) [1'5 puntos] Determina si A y B son invertibles y, en su caso, calcula la matriz inversa.

(b) [1 punto] Resuelve la ecuación matricial $BA - A^2 = AB - X$.

Modelo-5-1999**Opción B**

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Dos partículas A y B se mueven en el plano XOY. En cada instante de tiempo t las posiciones de las partículas son, respectivamente $A(\frac{1}{2}(t-1), \sqrt{3}/2(1-t))$ y $B = (2-t, 0)$.

Determina el instante t_0 en el que las partículas están más próximas entre sí y a qué distancia se hallan una de otra en ese instante.

Ejercicio 2. (a) [1 punto] Calcula la integral $\int \frac{\text{sen}(x)}{(\text{cos}(x))^3} dx$

Realizando el cambio de variable $\text{cos}(x) = t$

(b) [1 punto] Calcula la misma integral que en el apartado anterior pero haciendo el cambio de variable $\text{tg}(x) = u$

(c) [0'5 puntos] ¿Se obtiene el mismo resultado en ambos casos? Justifica la respuesta..

Ejercicio 3. Considera la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 13$

(a) [1'5 puntos] Representala indicando su centro y su radio

(b) [2 puntos] Halla el área de la figura limitada por las tres rectas siguientes:

(i) la recta tangente a la circunferencia en el punto $A = (3,2)$

(ii) la recta normal a la circunferencia en el punto A .

(iii) el eje de abscisas

Ejercicio 4. (a) [1'5 puntos] El determinante $\begin{vmatrix} 2 & a & 5 \\ 4 & a^2 & 13 \\ 8 & a^3 & 35 \end{vmatrix}$ vale cero para $a = 3$.

Comprueba esta afirmación sin desarrollarlo e indicando las propiedades de los determinantes que apliques.

(b) [1 punto] Determina todos los valores de a para los que las tres columnas del determinante anterior representan vectores linealmente dependientes. Justifica la respuesta.